

क्लास 10 गणित के सभी फार्मूला

वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers)

क्लास 10 के गणित चैप्टर में वास्तविक संख्याएँ सबसे पहली इकाई है, जिसमें विभिन्न प्रकार के फार्मूला का प्रयोग होता है. जो इस प्रकार है.

परिमेय संख्या: वह संख्या जो p/q के रूप में लिखा जा सकता है, उसे **परिमेय संख्या** कहते हैं. जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं एवं $q \neq 0$

अर्थात् p और q दोनों पूर्णांक हो लेकिन q कभी शून्य न हो. जैसे:- 4, 1.77, 0, $2/3$ आदि.

अपरिमेय संख्या: वह संख्या जिसे p/q के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, वह अपरिमेय संख्या कहलाती है. जहाँ p तथा q पूर्णांक हैं एवं $q \neq 0$

जैसे $-\sqrt{2}$, $5 + \sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, $5^{1/3}$, π आदि.

HCF और LCM के सूत्र

- ल.स. = (पहली संख्या \times दूसरी संख्या) \div HCF
- ल.स \times म.स. = पहली संख्या \times दूसरी संख्या
- पहली संख्या = (LCM \times HCF) \div दूसरी संख्या
- म.स. = (पहली संख्या \times दूसरी संख्या) \div LCM
- दूसरी संख्या = (LCM \times HCF) \div पहली संख्या

युक्लिड विभाज प्रमेयिका:

दो धनात्मक पूर्णांक a और b दिए हो, तो ऐसी अद्वितीय पूर्ण संख्याएँ q और r विद्यमान होंगे कि $a = bq + r$ हो. जहाँ $0 \leq r < b$ है.

क्लास 10 बहुपद फार्मूला (Polynomial)

रैखिक बहुपद:

$p(x) = ax + b$ जहाँ $a \neq 0$ हो,

तो $p(x)$ का शून्यक एक होता है. $-b/a = -(\text{अचर पद}) / (x \text{ का गुणांक})$

द्विघात बहुपद:

$p(x) = ax^2 + bx + c$, जहाँ $a \neq 0$ का शून्यक दो होती है उन्हें ग्रीक अक्षर α (अल्फा) और β (बीटा) से व्यक्त किया जाता है.

1. शून्यक $(\alpha, \beta) = -b \pm \sqrt{(b - 4ac)} / 2a$
2. शून्यको का योगफल $(\alpha + \beta) = -b / a =$ अचर / (x का गुणांक)
3. शून्यको का गुणनफल $= c / a =$ अचर / (x का गुणांक)
4. $ax^2 + bx + c = (\alpha - x)(\beta - x)$

बहुपद फार्मूला से सम्बंधित अधिक जानकारी, यहाँ प्राप्त करे.

त्रिघात बहुपद:

$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ के तिन शून्यक होते है, जिन्हें क्रमशः α (अल्फा) β (बीटा) और γ (गामा) से व्यक्त किया जाता है.

1. $\alpha + \beta + \gamma = -b / a = x^2$ का गुणांक / x^3 का गुणांक
2. $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = c / a = x$ का गुणांक / x^3 का गुणांक
3. $\alpha\beta\gamma =$ अचर पद / x^3 का गुणांक

दो चार वाले रैखिक समीकरण

किसी समीकरण में उपस्थित दो चर, दो चर वाले रैखिक समीकरण कहलाते है. यदि और केवल यदि;

$ax + by + c = 0$ जहाँ $a \neq 0, b \neq 0$
 a, b, c अचर तथा x, y चर हो.

1. रैखिक समीकरण का लेखाचित्र एक सरल रेखा में होती है.
2. $x = c$ जहाँ $c =$ अचर है, का आलेख y -अक्ष के समान्तर एक सरल रेखा होती है.
3. $y = c$ जहाँ $c =$ अचर है, का आलेख x -अक्ष के समान्तर एक सरल रेखा होती है.
4. $x = 0$ का आलेख y -अक्ष है.
5. $y = 0$ का आलेख x -अक्ष है.

रैखिक समीकरण का हल विधि

1. विलोपन विधि
2. प्रतिस्थापन विधि
3. बज्रगुणनखंड विधि
4. ग्राफिक या आलेखी विधि
5. तुलनात्मक विधि

द्विघात समीकरण (Quadratic Equation)

चर x में समीकरण $ax^2+bx+c=0$ के प्रकार को एक द्विघात समीकरण कहते हैं. जहाँ $a \neq 0, a, b$ और c अचर राशियाँ हो.

मूलों की प्रकृति

समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का यदि विविक्तकर $b^2 - 4ac > 0$ हो, तो समीकरण के दो भिन्न वास्तविक मूल होते हैं।

द्विघात समीकरण = $[-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)}] / 2a$

- समीकरण $b^2 - 4ac = 0$ हो, तो मूल वास्तविक और सामान होगा.
- $b^2 - 4ac < 0$ हो, तो मूल काल्पनिक होगा.
- $b^2 - 4ac > 0$ हो, तो मूल वास्तविक और असमान होगा.

मूलों का योगफल $(\alpha + \beta) = -b / a = -x$ का गुणांक / (x^2 का गुणांक)

मूलों का गुणनफल $(\alpha \cdot \beta) = c / a =$ अचर / (x^2 का गुणांक)

द्विघात समीकरण $x^2 - (\alpha + \beta)x + (\alpha \cdot \beta) = 0$ होता है.

Quadratic फार्मूला = $\alpha = -b + \sqrt{(b^2 - 4ac)} / 2a$ तथा $\beta = -b - \sqrt{(b^2 - 4ac)} / 2a$

अंकगणित के महत्वपूर्ण फार्मूला

- $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- $(x+a)(x-b) = x^2 + (a-b)x - ab$
- $(x-a)(x+b) = x^2 + (b-a)x - ab$
- $(x-a)(x-b) = x^2 - (a+b)x + ab$
- $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
- $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
- $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$
- $(x+y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz - 2xz$
- $(x-y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2xz$
- $(x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2xz$
- $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz)$
- $x^2 + y^2 = \frac{1}{2} [(x+y)^2 + (x-y)^2]$
- $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
- $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$
- $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$
- $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = \frac{1}{2} [(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2]$

घाट और घातांक से सम्बंधित फार्मूला

- $p^m \times p^n = p^{m+n}$
- $\{p^m\} \{p^n\} = p^{m-n}$
- $(p^m)^n = p^{mn}$

- $p^{-m} = 1/p^m$
- $p^1 = p$
- $p^0 = 1$

ऐसे फार्मूला का प्रयोग क्लास 10 के अतिरिक्त लगभग प्रत्येक कक्षा में होता है. अतः इन्हें स्मरण रखें.

समनांतर श्रेणी

समान्तर श्रेणी एक ऐसा अनुक्रम या श्रेणी है जिसमें प्रथम पद के अतिरिक्त प्रत्येक पद उससे पूर्व पद में एक निश्चित संख्या जोड़ने या घटाने पर प्राप्त होता है. जैसे; $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \dots, a_n$

AP के प्रथम पद को a_1 , दूसरे पद को a_2 , nवें पद को a_n तथा सार्व अंतर को d से व्यक्त करते हैं.

प्रथम पद में d जोड़कर AP प्राप्त किया जा सकता है. जैसे:- $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$ आदि.

nवाँ पद, $a_n = a - (n-1)d$

A.P के प्रथम n पदों का योग

$$s_n = n/2(2a + (n-1)d)$$

अर्थात् $s_n = n/2(a + a_n)$ या $s_n = n/2(a + l)$, जहाँ, $a =$ प्रथम पद, l अंतिम पद है.

निर्देशांक ज्यामिति (Co-Ordinate Geometry)

ज्यामितिय शाखाओं का वह समूह है, जहां निर्देशांक का उपयोग करके एक बिंदु की स्थिति को परिभाषित किया जाता है, वह **निर्देशांक ज्यामिति** कहलाता है. निर्देशांक की बिंदु ज्ञात करने के लिए निम्न फार्मूला का प्रयोग किया जाता है.

चतुर्थांश का चिन्ह

- प्रथम पाद = (+, +)
- द्वितीय पाद = (-, +)
- तृतीय पाद = (-, -)
- चतुर्थ पाद = (+, -)

$$\text{दूरी सूत्र} = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}$$

$$\text{मध्य बिंदु का सूत्र} = [(x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2]$$

$$\text{विभाजन सूत्र} \quad x = (m \times x_2 + n \times x_1) / m+n \quad y = (m \times y_2 + n \times y_1) / m+n$$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} \quad 1/2[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

त्रिकोणमिति फार्मूला

समकोण त्रिभुज के तीनों भुजाओं एवं कोणों का अध्ययन त्रिकोणमिति में किया जाता है. जिसमे सबसे बड़ी भुजा कर्ण, 90 डिग्री के सामाने खड़ी भुजा लम्ब और शेष भुजा आधार कहलाती है. **त्रिकोणमिति का फार्मूला** सबसे अधिक क्लास 10 में प्रयोग होता है. इसलिए, Maths Formula for Class 10 से सम्बंधित सभी फार्मूला का अध्ययन आवश्यक है.

$$\sin \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = p / h$$

$$\cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = b / h$$

$$\tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = p / b$$

$$\cot \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}} = b / p$$

$$\sec \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = h / b$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = h / p$$

त्रिकोणमितिय अनुपातो के बिच सम्बन्ध

- $\sin \theta \times \operatorname{cosec} \theta = 1$
- $\sin \theta = 1 / \operatorname{cosec} \theta$
- $\operatorname{cosec} \theta = 1 / \sin \theta$
- $\cos \theta \times \sec \theta = 1$
- $\cos \theta = 1 / \sec \theta$
- $\sec \theta = 1 / \cos \theta$
- $\tan \theta \times \cot \theta = 1$
- $\tan \theta = 1 / \cot \theta$
- $\cot \theta = 1 / \tan \theta$
- $\tan \theta = \sin \theta / \cos \theta$
- $\cot \theta = \cos \theta / \sin \theta$

0°, 30°, 45°, 60° और 90° के त्रिकोणमितीय Table

संकेत	0°	30° = $\pi/6$	45° = $\pi/4$	60° = $\pi/3$	90° = $\pi/2$
ट्रिक्स	$\sqrt{(0/4)}$	$\sqrt{(1/4)}$	$\sqrt{(2/4)}$	$\sqrt{(3/4)}$	$\sqrt{(4/4)}$
Sin θ	0	$1/2$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$	1
Cos θ	1	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$	$1/2$	0
Tan θ	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	अपरिभाषित
Cot θ	अपरिभाषित	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}$	0
Sec θ	1	$2/\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	अपरिभाषित
Cosec θ	अपरिभाषित	2	$\sqrt{2}$	$2/\sqrt{3}$	1

अन्य त्रिकोणमितीय फार्मूला

- $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$
- $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$
- $\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$
- $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta$
- $\sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$
- $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$
- $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$
- $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$
- $\operatorname{Cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$

क्लास 10 क्षेत्रमिति फार्मूला

क्षेत्रमिति से सम्बंधित सभी महत्वपूर्ण सूत्रों का लिस्ट यहाँ उपलब्ध है. जिसका प्रयोग क्लास 10 गणित होता है.

वृत्त का क्षेत्रफल	πr^2 या $\pi d^2/4$
वृत्त की त्रिज्या, r	$\sqrt{(\text{क्षेत्रफल} / \pi)}$
वृताकार वलय का क्षेत्रफल	$\pi (R^2 - r^2)$
अर्द्धवृत्त की परिधि	$(\pi r + 2r)$
अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल	$1/2\pi r^2$
त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल	$\theta/360^\circ \times \pi r^2$
चाप की लम्बाई	$\theta/360^\circ \times 2\pi r$
त्रिज्याखण्ड की परिमिति	$2r + \pi r\theta/180^\circ$
वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल	$(\pi\theta/360^\circ - 1/2 \sin\theta)r^2$
बेलन का आयतन	$\pi r^2 h$
बेलन का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल	$2\pi r h$
बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल	$2\pi r (h + r)$
शंकु का आयतन	$1/3 \pi r^2 h$
शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल	$\pi r l$
शंकु के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल	$\pi r (l + r)$
गोले का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल	$4\pi r^2$
गोला का आयतन	$4/3 \pi r^3$
गोलीय शेल का आयतन	$4/3 \pi (R^3 - r^3)$
समबाहु त्रिभुजा का क्षेत्रफल	$(\sqrt{3})/4 \times \text{भुजा}^2$
समद्विबाहु त्रिभुज का शीर्षलम्ब	$a / 4 b \sqrt{(4b^2 - a^2)}$
समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल	$A = 1/2 \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$
घन का आयतन	$\text{भुजा} \times \text{भुजा} \times \text{भुजा} = a^3$
घन का परिमाण	$4 a^2$

आयत का परिमाण	$2(\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$
आयत का विकर्ण	$\sqrt{(\text{लम्बाई}^2 + \text{चौड़ाई}^2)}$
वर्ग की परिमाण	$4 \times a$
वर्ग का क्षेत्रफल	$(\text{भुजा} \times \text{भुजा}) = a^2$
वर्ग का विकर्ण	$\text{एक भुजा} \times \sqrt{2} = a \times \sqrt{2}$
आयत का क्षेत्रफल	$\text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$

सांख्यिकी फार्मूला (Statistic)

गणित की वह शाखा, जिसमें आँकड़ों के संग्रह प्रस्तुतीकरण और विश्लेषण पर आँकड़े से अर्थ पूर्ण निष्कर्ष निकालने के सम्बन्ध में अध्ययन किया जाता है, उसे **सांख्यिकी** किया जाता है। ये क्लास 10 के लिए सर्वाधिक महत्वपूर्ण फार्मूला है। इस टॉपिक से बोर्ड एग्जाम 10% तक प्रश्न होता है। इसलिए, Maths Formula for Class 10 यानि गणित के सूत्र class 10 को स्मरण रखने का प्रयोस करे।

$$\text{मध्यिका फार्मूला} = (l + n/2 - CF) / f \times h$$

जहाँ

l = मध्यक वर्ग की निम्नसीमा

n = प्रेक्षकों की संख्या

CF = मध्यक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की संचयी बारंबारता

f = मध्यक वर्ग की बारंबारता

h = वर्गमाप

$$\text{बहुलक} = l + (f_1 - f_0) / (2 f_1 - f_0 - f_2) \times h$$

जहाँ

- l = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा
- f_0 = बहुलक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की बारंबारता
- और f_1 = बहुलक वर्ग की बारंबारता
- f_2 = बहुलक वर्ग के ठीक बाद आनेवाले वर्ग की बारंबारता
- h = बहुलक वर्ग के अंतराल का अंतर

$$\text{माध्य} = \sum x / n$$

अर्थात्, माध्य = अवलोकन का कुल योग / अवलोकन की कुल संख्या

प्रायिकता फार्मूला (Probability)

- $P(A) + P(A') = 1$, जहाँ A कोई घटना है तथा A' इसकी पूरक घटना है.
- घटना के अनुकूल संयोगानुपात $E = P(E) : P(E')$
- घटना के प्रतिकूल संयोगानुपात $E = P(E') : P(E)$
- यदि घटना के अनुकूल संयोगानुपात = $a : b$
तो $P(E) = \frac{a}{a+b}$
- यदि घटना E का प्रतिकूल संयोगानुपात = $a : b$
तो $P(E) = \frac{b}{a+b}$
- $P(E) + P(E') = 1$
- यदि किसी प्रतिदर्श समष्टि S में A, B तथा C तीन घटनाएं हो, तो
 $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$